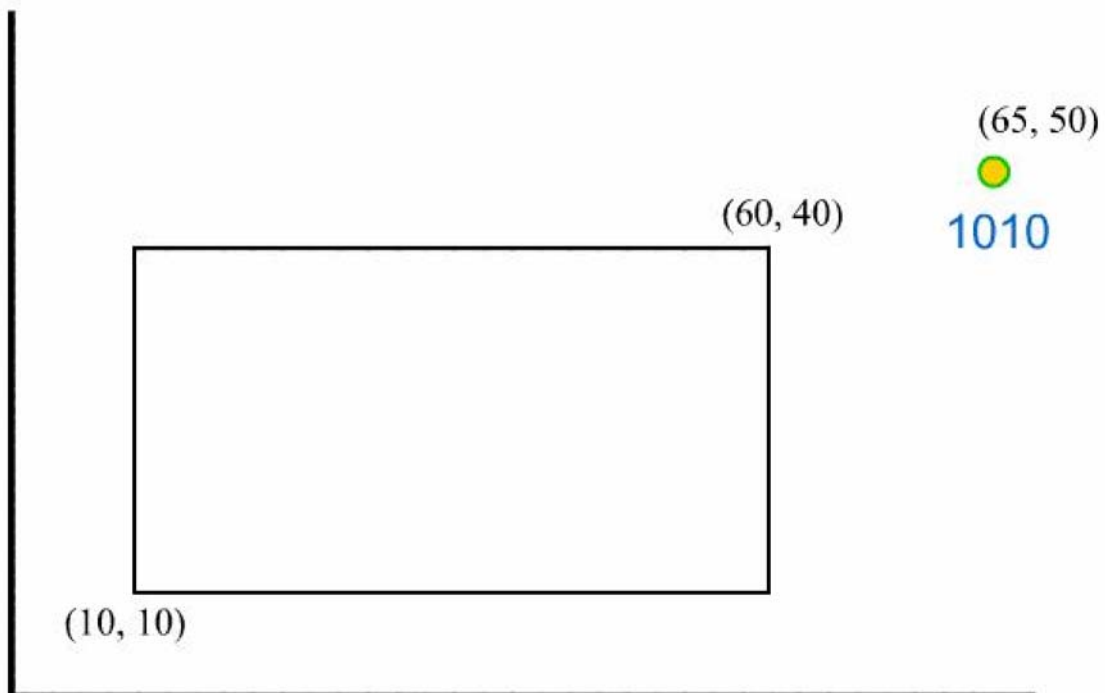
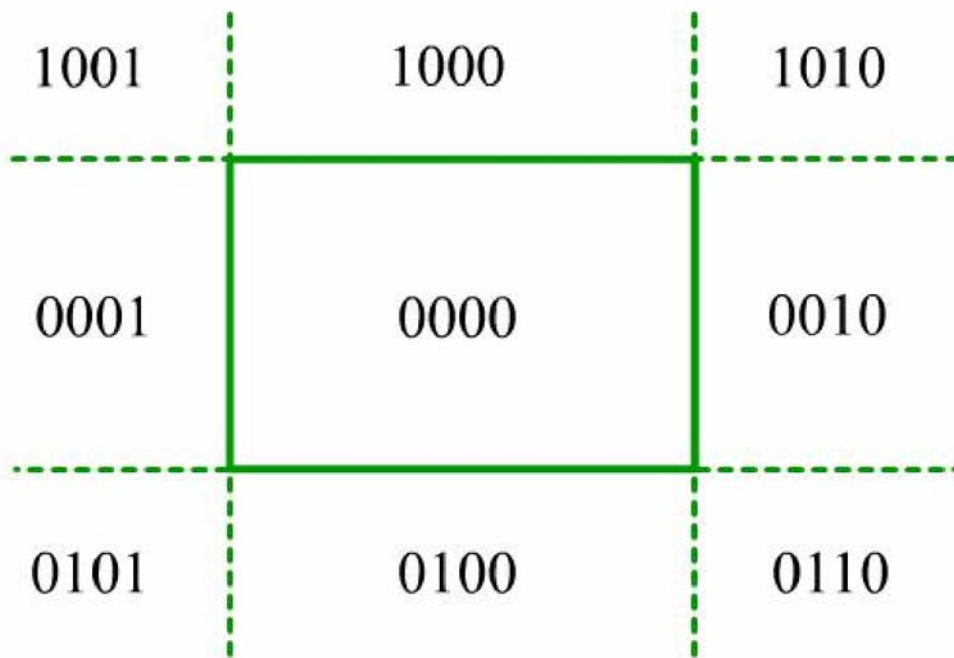


چند مثال برای روش Cohen-Sutherland

با اصول روش Cohen-Sutherland آشنا شدیم و می‌خواهیم چند مثال را به صورت عددی مورد بررسی قرار دهیم.



چنانچه بخواهیم کد را مستقیم بدست آوریم، باید نقطه را با تمام حالت‌های بالا، پائین، چپ و راست مورد بررسی قرار

دهیم.

کد بالا: 1000

or کد راست: 0010

= 1010

برش خط

چند مثال برای روش Cohen-Sutherland

با چه شرطهایی باید بیت‌های نقاط را بدست آوریم؟

دانسته‌های ما شامل x_{min} , y_{min} یعنی مختصات گوشه پائین سمت چپ پنجره برش و x_{max} , y_{max} مختصات بالا سمت راست پنجره برش می‌باشد.

اگر y نقطه مورد نظر ما از y_{max} بزرگ‌تر بود، بیت چهارم را برابر یک قرار داده و گرنه آن را صفر خواهیم کرد.

bit	condition
4	$y > y_{max}$
3	$y < y_{min}$
2	$x > x_{max}$
1	$x < x_{min}$

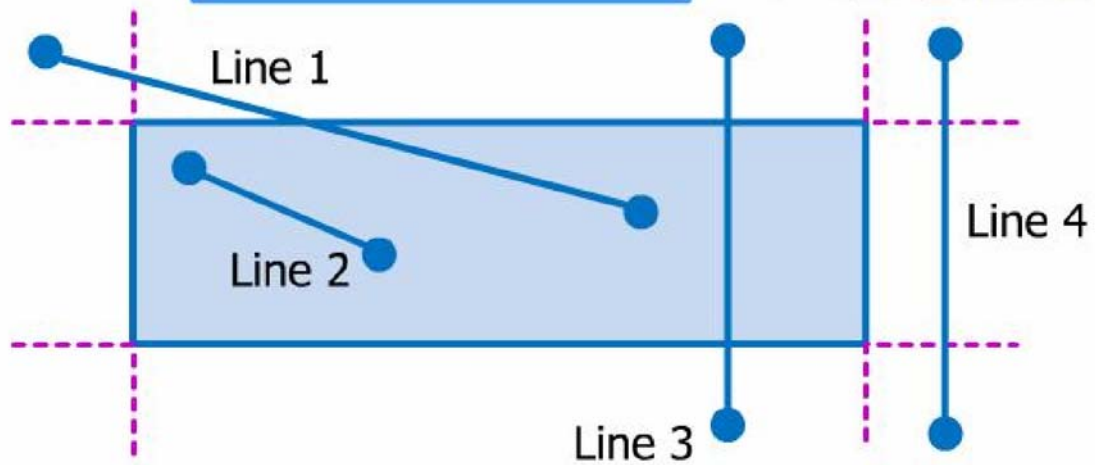
اگر x نقطه از x_{\max} بزرگ‌تر بود، به ازای بیت دوم یک قرار می‌دهیم؛
در غیر این صورت مقدار آن صفر خواهد بود.

bit	condition
4	$y > y_{\max}$
3	$y < y_{\min}$
2	$x > x_{\max}$
1	$x < x_{\min}$

اگر x کوچک‌تر از نقطه x_{\min} باشد، بیت یک، برابر یک خواهد بود؛
در غیر این صورت صفر خواهد شد.

bit	condition
4	$y > y_{\max}$
3	$y < y_{\min}$
2	$x > x_{\max}$
1	$x < x_{\min}$

- Line1 codes are 1001 and 0000
- Line2 codes are 0000 and 0000 << inside
- Line3 codes are 1000 and 0100
- Line4 codes are 1010 and 0110 << outside → 1010 and 0110



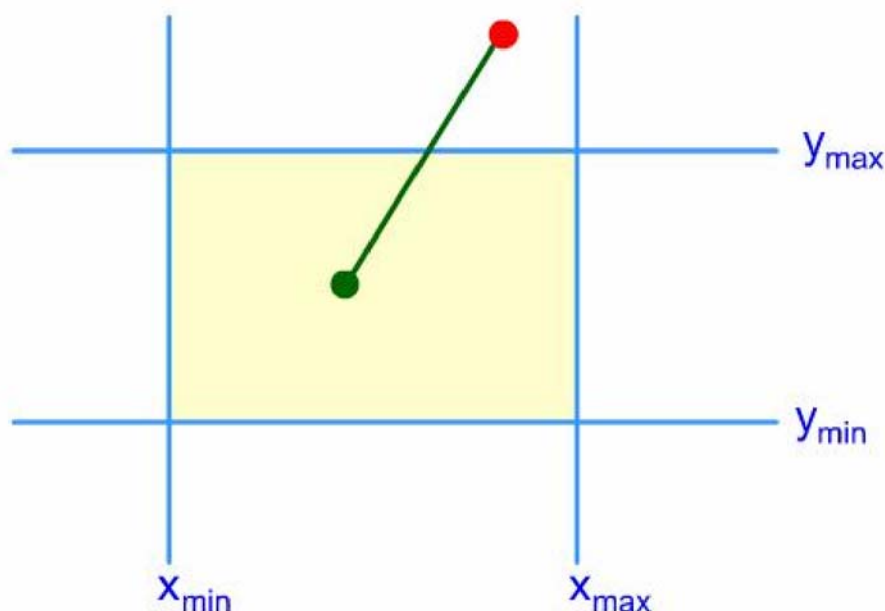
برش خط

چند مثال برای روش Cohen-Sutherland

اگر RegionCode های یک خط در هیچ کدام از شرطهای پذیرش و رد خط مطابقت نداشت، باید خط را Clip کنیم.

به چه صورت و با چه ترتیبی Clip صورت خواهد گرفت؟

برای Clip، نقطه‌ای از خط را باید انتخاب کنیم که RegionCode آن مخالف با صفر باشد.



بعد از انتخاب نقطه‌ای که بیرون از پنجره برش قرار گرفته است، ابتدا اولین بیت کد را چک کرده اگر یک بود، نقطه تقاطع خط را با ضلع بالایی پنجره برش محاسبه و نقطه را نگه می‌داریم.

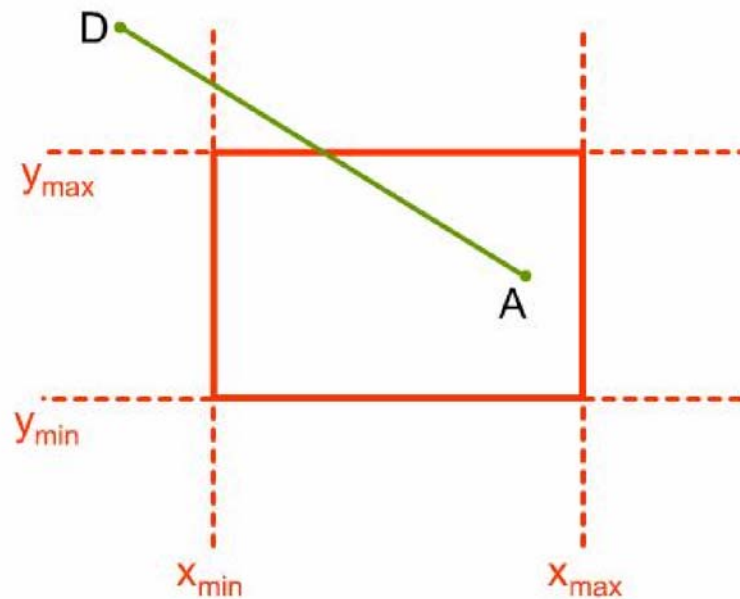
این کار را برای بیت پائین، چپ و راست نیز ادامه می‌دهیم.

بعد از اینکه اولین Clip را انجام دادیم، خط به دو قسمت تقسیم می‌شود و باید این دو قسمت را چک کنیم.

بعد از چک کردن ممکن است یک قسمت از خط رد یا پذیرفته شود.

RegionCode(A) = 0000

RegionCode(D) = 1001



چون یک نقطه داخل است و یک نقطه بیرون و دو کدی که بدست آمده در هیچ کدام از دو شرطی که گفته شد تطابق ندارد، باید برش صورت بگیرد.
مقدار نقطه D را باید در محاسبات دخیل کرده و روی بیت‌های این RegionCode تصمیم بگیریم.

RegionCode(A) = 0000

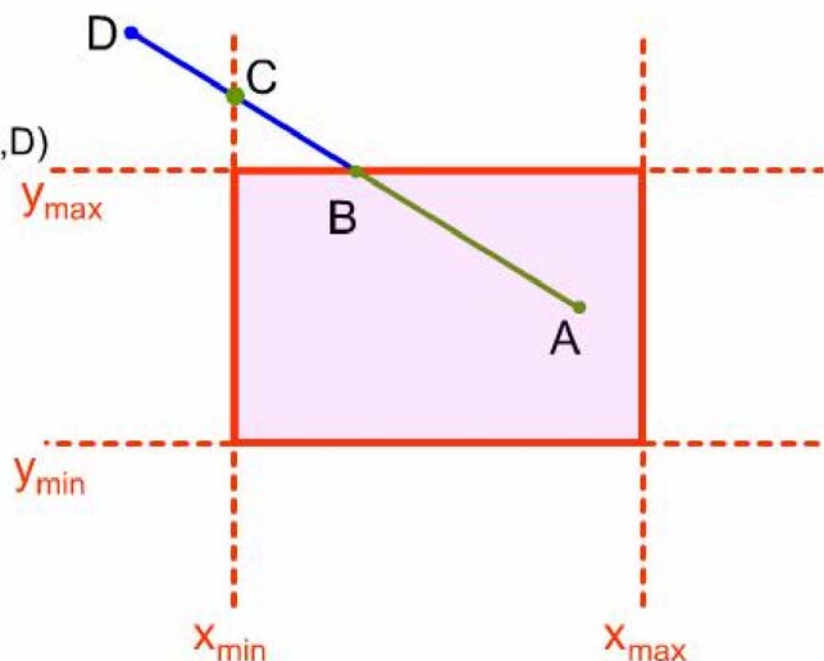
RegionCode(D) = 1001

Clip (A,D) with $y = y_{max}$

splitting it into (A,B) and (B,D)

Reject (B,D)

Proceed with (A,B)



برش خط

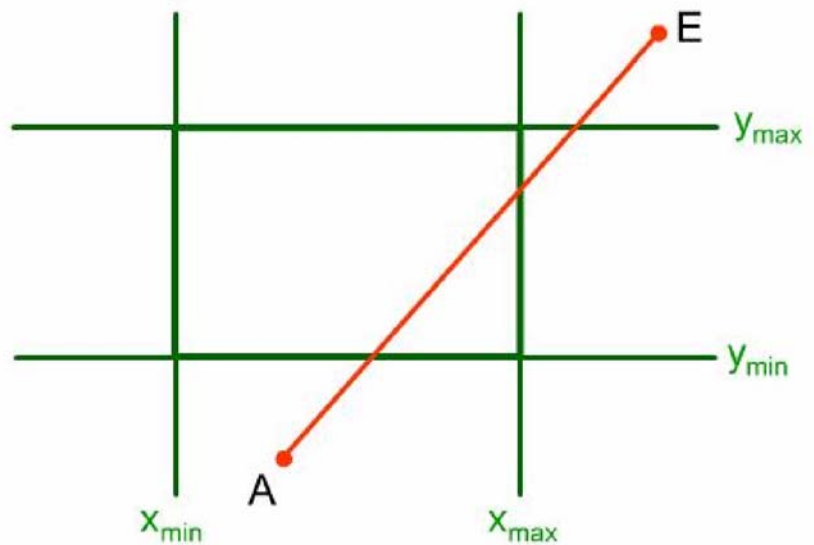
چند مثال برای روش Cohen-Sutherland

RegionCode(A) = 0100

RegionCode(E) = 1010

Clip (A,E) with $y = y_{max}$

با توجه به Region Code ها به این نتیجه می‌رسیم که باید خط کلیپ شود.



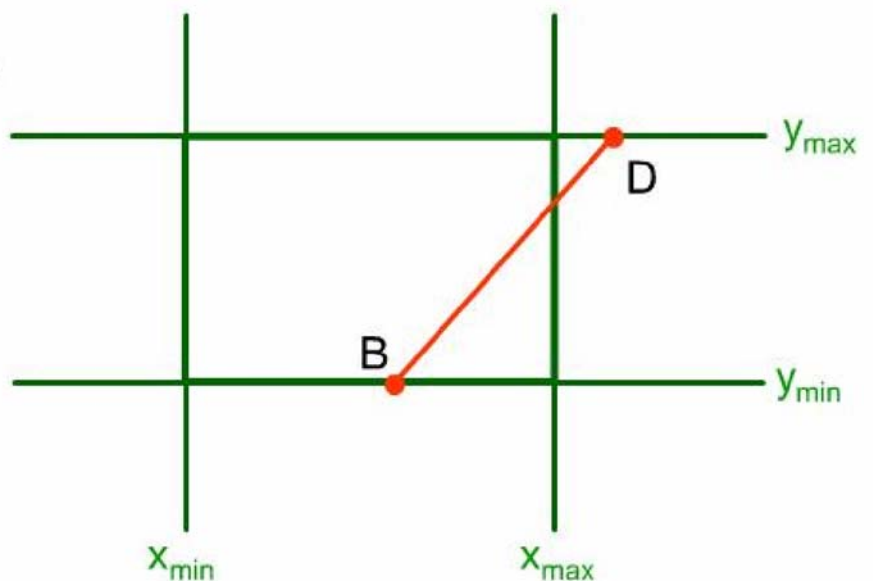
RegionCode (A) = 0100

RegionCode (D) = 0010

Clip (A,D) with $y = y_{min}$

splitting it into (A,B) and (B,D)

Reject (A,B)



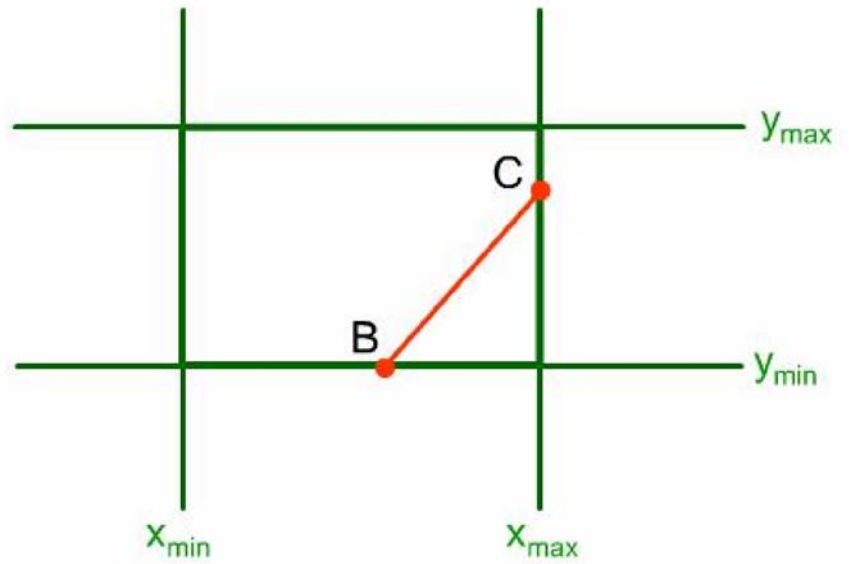
RegionCode(B) = 0000

RegionCode(D) = 0010

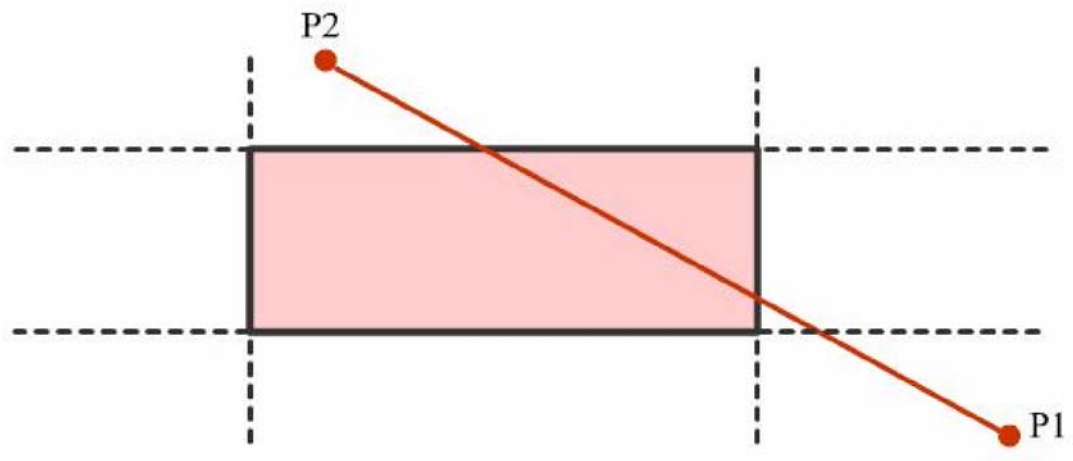
Clip (B,D) with $x = x_{\max}$

splitting it into (B,C) and (C,D)

Reject (C,D)



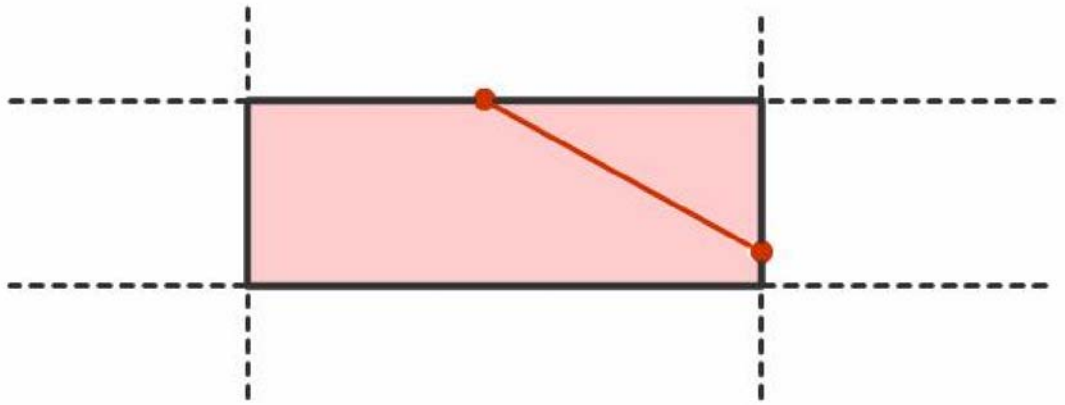
چند مثال برای روش Cohen-Sutherland



Choose point P2 (code is 1000)

Choose point P1 (code is 0110)

Bit 2 (RIGHT) = 1



برش خط

روش Liang-Barsky

الگوریتم Liang-Barsky یکی دیگر از روش‌های کلیپ کردن خط می‌باشد. در این روش از معادله پارامتری خط برای بدست آوردن نقاط تقاطع و همین طور تصمیم‌گیری برای پذیرفتن یا رد کردن دو نقطه خط استفاده می‌شود.

معادله پارامتری خط

$$x = x_1 + u\Delta x$$

$$y = y_1 + u\Delta y$$

$$\Delta x = (x_2 - x_1), \Delta y = (y_2 - y_1) \quad 0 \leq u \leq 1$$

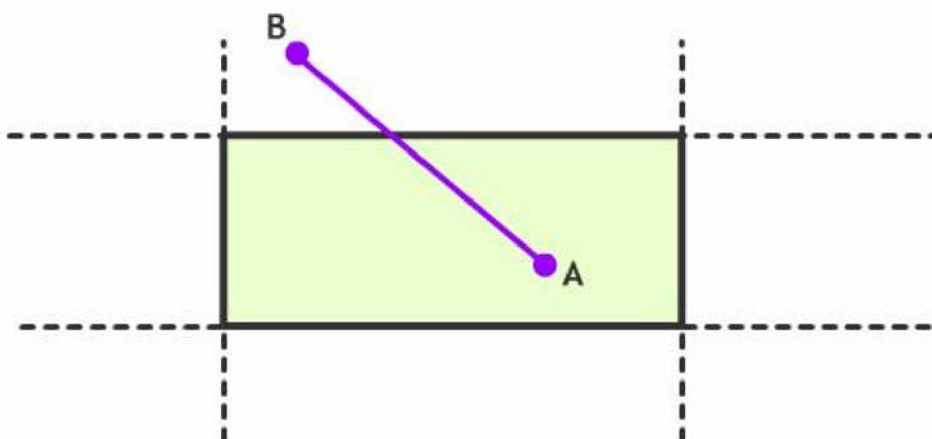
در این روش خط‌ها جهت دار می‌باشند.

یعنی از نقطه x_1, y_1 شروع می‌شوند و تا نقطه x_2, y_2 ادامه پیدا می‌کنند.

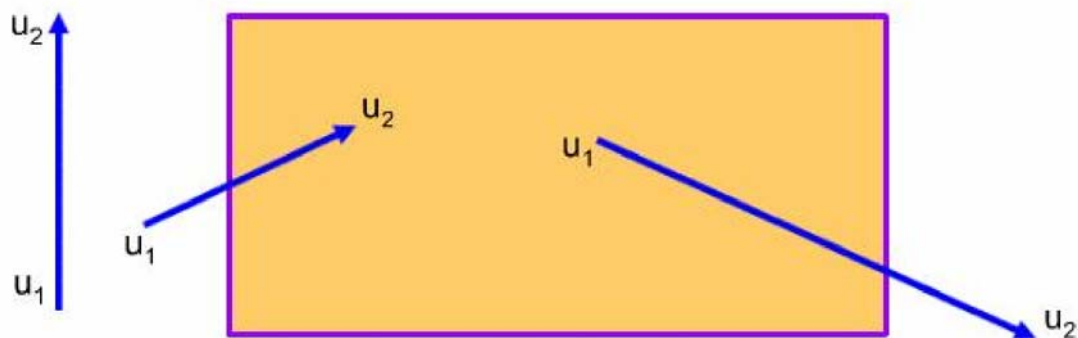
بر اساس جهتی که برای خطوط در نظر گرفته می‌شود، خط‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند:

① خط‌هایی که از بیرون ناحیه برش به ناحیه وارد می‌شوند.

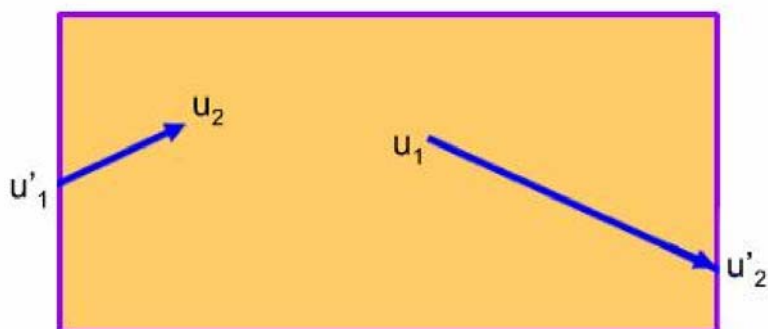
② خط‌هایی که از داخل ناحیه برش به خارج می‌روند.



در این روش هدف پیدا کردن بازه‌ای از u می‌باشد که در این بازه x و y که برای خط به دست می‌آید، داخل پنجره برش قرار می‌گیرد.



هدف این است که مشخص شود در معادله پارامتری به ازای چه مقداری از u مقادیر جدید بدست خواهند آمد.



این موضوع را می‌خواهیم مورد بررسی قرار دهیم که از لحاظ ریاضی به چه صورت می‌توانیم تصمیم‌گیری کنیم و آن مقدار از u را که خط در آن ناحیه قطع می‌شود، بدست آوریم.

اگر فرض کنیم نقاط x و y خط درون پنجره برش قرار گیرد پس:

$$x_{\min} \leq x_1 + u\Delta x \leq x_{\max}$$

$$y_{\min} \leq y_1 + u\Delta y \leq y_{\max}$$

$$x_1 + u\Delta x \geq x_{\min}$$

$$x_1 + u\Delta x \leq x_{\max}$$

$$y_1 + u\Delta y \geq y_{\min}$$

$$y_1 + u\Delta y \leq y_{\max}$$

اگر این معادلات را به صورت چهار معادله جدا بنویسیم:

$$x_{\min} \leq x_1 + u\Delta x \leq x_{\max}$$

$$y_{\min} \leq y_1 + u\Delta y \leq y_{\max}$$

$$\textcircled{1} \quad u^*(-\Delta x) \leq (x_1 - x_{\min})$$

$$\textcircled{2} \quad u^*(\Delta x) \leq (x_{\max} - x_1)$$

$$\textcircled{3} \quad u^*(-\Delta y) \leq (y_1 - y_{\min})$$

$$\textcircled{4} \quad u^*(\Delta y) \leq (y_{\max} - y_1)$$

اگر فرض کنیم نقاط x و y خط درون پنجره برش قرار گیرد پس:

$$x_{\min} \leq x_1 + u\Delta x \leq x_{\max}$$

$$y_{\min} \leq y_1 + u\Delta y \leq y_{\max}$$

در حالت کلی:

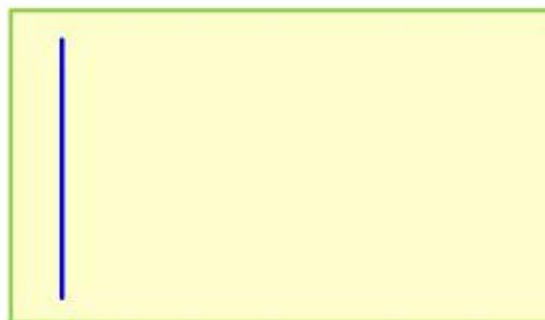
P_k	Q_k
$P_1 = -\Delta x$	$Q_1 = (x_1 - x_{\min})$
$P_2 = +\Delta x$	$Q_2 = (x_{\max} - x_1)$
$P_3 = -\Delta y$	$Q_3 = (y_1 - y_{\min})$
$P_4 = +\Delta y$	$Q_4 = (y_{\max} - y_1)$

$$u^*(p_k) \leq (q_k), \quad k=1,2,3,4$$

برش خط

روش Liang-Barsky

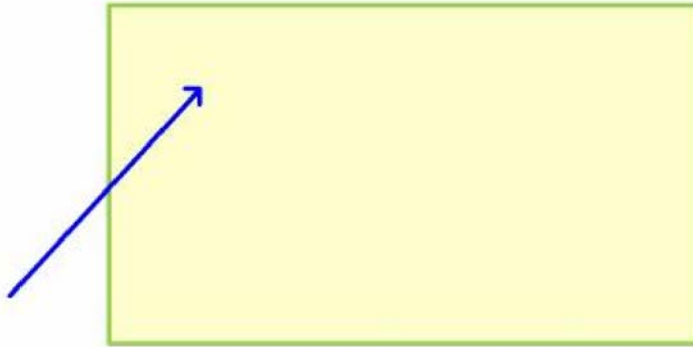
اگر $P_k = 0$ برابر صفر باشد، این خط با یکی از مرزهای پنجره موازی خواهد بود.
در این حالت اگر برای همان k ، $q_k < 0$ باشد، این خط بیرون پنجره قرار گرفته در غیر این صورت خط درون پنجره خواهد بود.



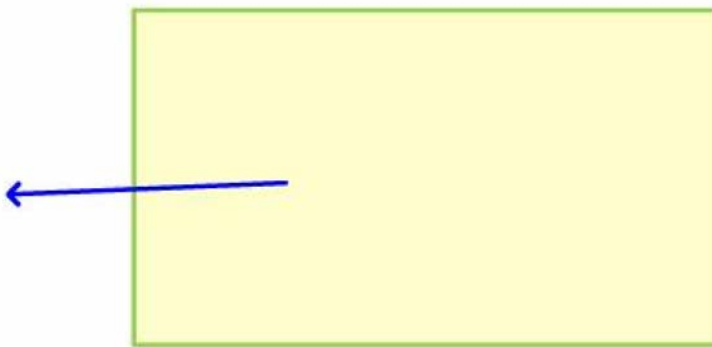
اگر $p_k < 0$ باشد، شروع خط بیرون از پنجره خواهد بود.

زمانی که شروع در بیرون پنجره باشد، یک متغیر دیگر به نام Γ_k تعریف می‌شود و آن را با $\Gamma_k = q_k/p_k$ برابر قرار می‌دهیم.

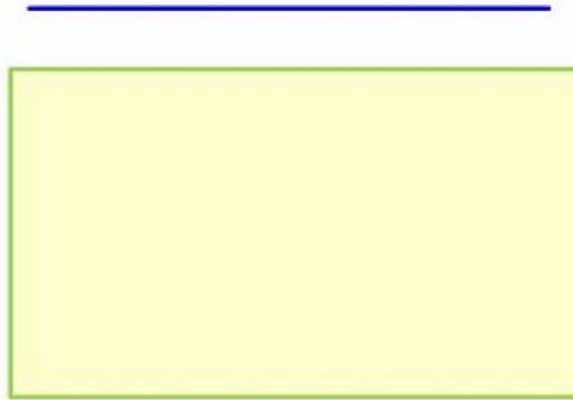
$$u_1 = \max(0, \Gamma_k, u_1): \text{سپس}$$



اگر $p_k > 0$ باشد، خط در داخل ناحیه برش شروع شده و $\Gamma_k = q_k/p_k$ را بدست می‌آوریم و مقدار $u_2 = \min(1, \Gamma_k, u_2)$ خواهد بود.



اگر $u_1 > u_2$ باشد، خط کاملاً بیرون از پنجره قرار گرفته است.



$$\Delta x = (x_2 - x_1) = 2.5$$

$$\Delta y = (y_2 - y_1) = 1.5$$

$$p_1 = -\Delta x = -2.5 < 0$$

$$q_1 = (x_1 - x_{\min}) = -0.5$$

$$u_1 = 0$$

(0, 0)

(-0.5, -0.5)

$u_2 = 1$
(1, 1)

(2, 1)

$$\Delta x = (x_2 - x_1) = 2.5$$

$$\Delta y = (y_2 - y_1) = 1.5$$

$$p_1 = -\Delta x = -2.5 < 0$$

$$q_1 = (x_1 - x_{\min}) = -0.5$$

$$r_1 = q_1 / p_1 = 0.2$$

$$u_1 = \max(0, r_1, u_1)$$

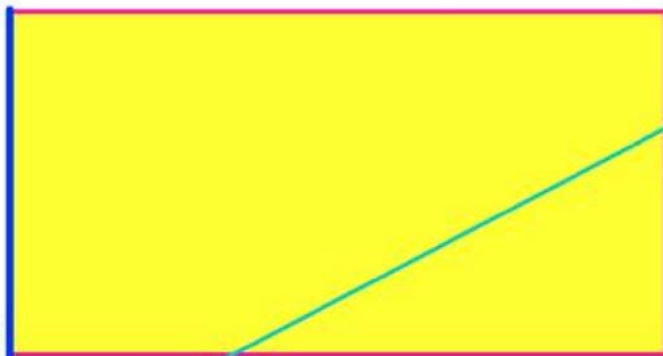
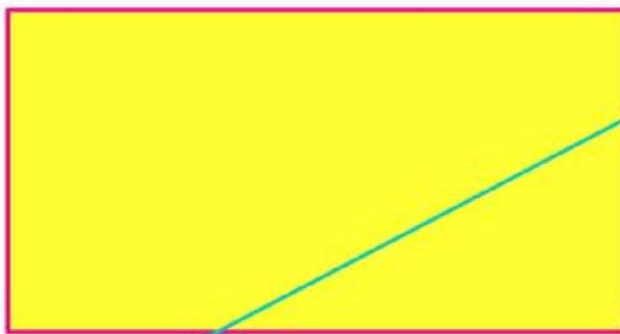
$$u_1 = 0$$

(0, 0)

(-0.5, -0.5)

$u_2 = 1$
(1, 1)

(2, 1)



$$\Delta x = (x_2 - x_1) = 2.5$$

$$\Delta y = (y_2 - y_1) = 1.5$$

$$p_2 = \Delta x = 2.5 > 0$$

$$q_2 = (x_{\max} - x_1) = 1.5$$

$$r_2 = q_2 / p_2 = 0.6$$

$$u_1 = 0.2$$

$(0, 0)$
 $(-0.5, -0.5)$

$u_2 = 1$
 $(1, 1)$ $(2, 1)$

$$\Delta x = (x_2 - x_1) = 2.5$$

$$\Delta y = (y_2 - y_1) = 1.5$$

$$p_2 = \Delta x = 2.5 > 0$$

$$q_2 = (x_{\max} - x_1) = 1.5$$

$$r_2 = q_2 / p_2 = 0.6$$

$$u_2 = \min(1, r_2, u_2)$$

$$u_1 = 0.2$$

$(0, 0)$
 $(-0.5, -0.5)$

$u_2 = 1$
 $(1, 1)$ $(2, 1)$

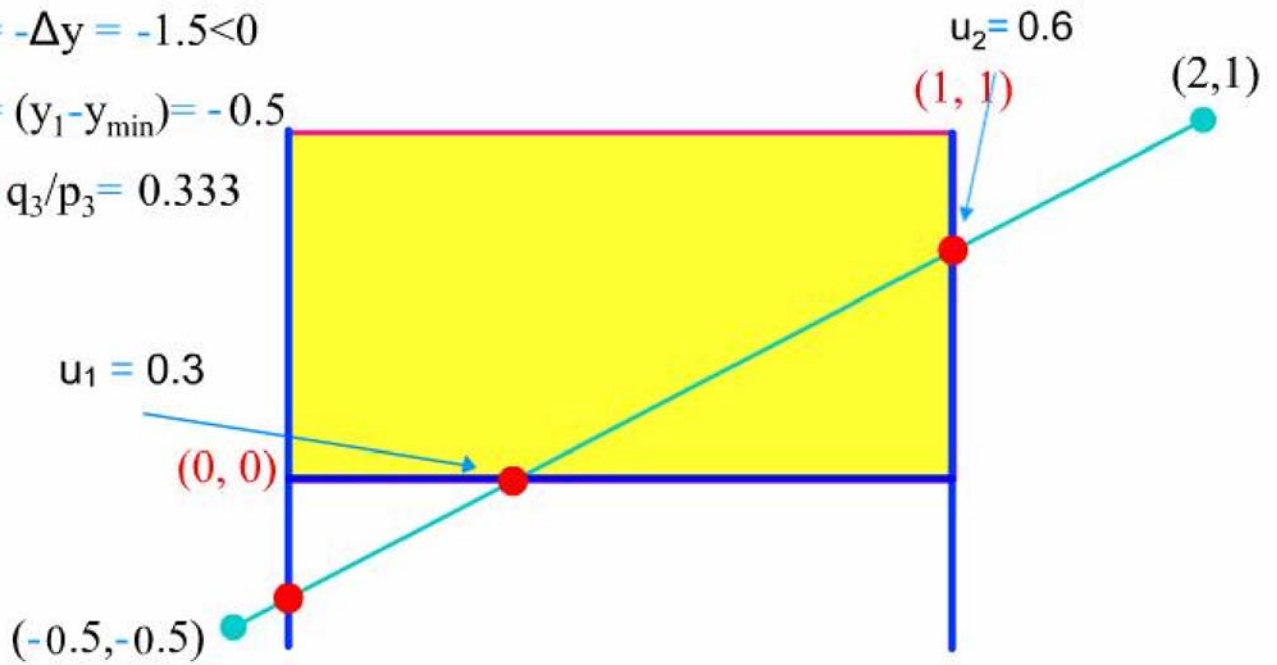
$$\Delta x = (x_2 - x_1) = 2.5$$

$$\Delta y = (y_2 - y_1) = 1.5$$

$$p_3 = -\Delta y = -1.5 < 0$$

$$q_3 = (y_1 - y_{\min}) = -0.5$$

$$r_3 = q_3 / p_3 = 0.333$$



$$x_{\text{new1}} = x_1 + \Delta x * u_1$$

$$y_{\text{new1}} = y_1 + \Delta y * u_1$$

$$x_{\text{new2}} = x_2 + \Delta x * u_2$$

$$y_{\text{new2}} = y_2 + \Delta y * u_2$$

